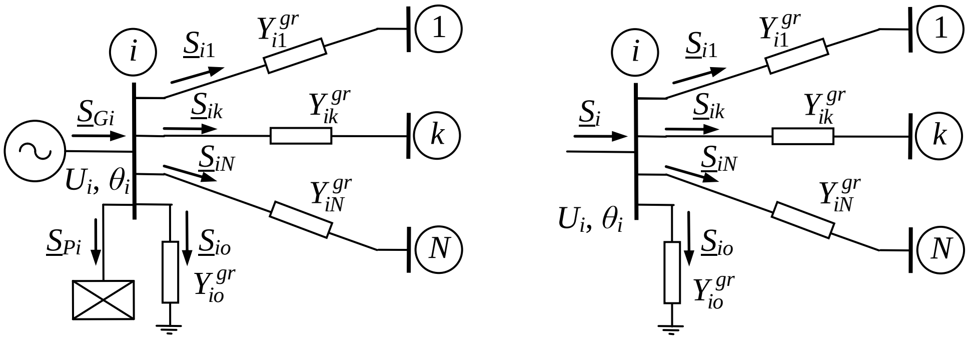
Proračun tokova snaga - osnovne postavke

Neka je dat proizvoljan čvor *i*. Napon tog čvora je U_i dok je ugao tog napona θ_i. U tom čvoru, u opštem slučaju, imamo generisanje i potrošnju. Iz tog čvora polaze grane prema ostalim čvorovima. Prikaz je dat na slici. Razlika snage generisanja ($\underline{S}_{Gi}$) i snage potrošnje ($\underline{S}_{Pi}$) predstavlja snagu injektiranja ($\underline{S}_i=P_i+jQ_i$). Snaga injektiranja može da se tumači kao snaga koja se injektira, odnosno ubacuje u mrežu.



Sa slike se može videti da se snaga injektiranja može izračunati kao zbir snaga po granama koje polaze iz posmatranog čvora, odnosno:

$$\underline{S}_i = \underline{S}_{io} + \sum_{k=1,\, k\neq i}^{N} \underline{S}_{ik}$$

Prema šemi sa slike važi:

$$\underline{S}_{io} = \underline{U}_i \left(\underline{U}_i \cdot \underline{Y}_{io}^{gr}\right)^*$$

$$\underline{S}_{ik} = \underline{U}_i \left[\left(\underline{U}_i - \underline{U}_k\right) \cdot \underline{Y}_{ik}^{gr}\right]^*,\ k = 1,\dots,N,\ k \neq i$$

Snaga injektiranja je sada:

$$\underline{S}_i = \underline{U}_i \left[\underline{U}_i \cdot \underline{Y}_{io}^{gr} + \sum_{k=1,\, k\neq i}^{N} \left(\underline{U}_i - \underline{U}_k\right) \cdot \underline{Y}_{ik}^{gr}\right]^*$$

Grupisanjem uz odgovarajuće napone dobija se:

$$\underline{S}_i = \underline{U}_i \left[\left(\underline{Y}_{io}^{gr} + \sum_{k=1,\, k\neq i}^{N} \underline{Y}_{ik}^{gr}\right)\underline{U}_i - \sum_{k=1,\, k\neq i}^{N} \underline{Y}_{ik}^{gr} \cdot \underline{U}_k\right]^*$$

Odnosno:

$$\underline{S}_i = \underline{U}_i \left[\underline{Y}_{ii} \cdot \underline{U}_i + \sum_{k=1,\, k\neq i}^{N} \underline{Y}_{ik} \cdot \underline{U}_k\right]^*$$

gde su $\underline{Y}_{ii}$ i $\underline{Y}_{ik}$ odgovarajući elementi matrice admintansi nezavisnih čvorova koji se računaju preko sledećih jednačina

$$\underline{Y}_{ii} = \underline{Y}_{io}^{gr} + \sum_{k=1,\, k\neq i}^{N} \underline{Y}_{ik}^{gr},\ i = 1,\dots,N\ ,$$

$$\underline{Y}_{ik} = -\underline{Y}_{ik}^{gr},\ \ i = 1,\dots,N,\ \ k = 1,\dots,N\ .$$

Ako se u izraz za snagu injektiranja uvedu smene:

$$\underline{Y}_{ik} = G_{ik} + jB_{ik}\,, \qquad \underline{U}_i = U_i e^{j\theta_i}\,, \qquad \underline{U}_k = U_k e^{j\theta_k}\,,$$

dobija se

$$P_i + jQ_i = U_i e^{j\theta_i}\left[\left(G_{ii} - jB_{ii}\right)\cdot U_i e^{-j\theta_i} + \sum_{k=1,\,k\neq i}^{N}\left(G_{ik} - jB_{ik}\right)\cdot U_k e^{-j\theta_k}\right]$$

Sređivanjem prethodnog izraza dobijaju se izrazi za aktivne i reaktivne snage injektiranja:

$$\begin{aligned} P_i &= G_{ii}U_i + \sum_{k=1,k\neq i}^{N} U_i U_k\left[G_{ik}\cos\left(\theta_i - \theta_k\right) + B_{ik}\sin\left(\theta_i - \theta_k\right)\right] \\ Q_i &= -B_{ii}U_i^2 + \sum_{k=1,k\neq i}^{N} U_i U_k\left[G_{ik}\sin\left(\theta_i - \theta_k\right) - B_{ik}\cos\left(\theta_i - \theta_k\right)\right] \end{aligned} \quad , \; i = 1,2,\ldots,N\,.$$

Za potrebe rešavanja tokova snaga ove jednačine se često pišu u sledećem obliku:

$$\begin{aligned} \Delta P_i &= P_i - G_{ii}U_i - \sum_{k=1,k\neq i}^{N} U_i U_k\left[G_{ik}\cos\left(\theta_i - \theta_k\right) + B_{ik}\sin\left(\theta_i - \theta_k\right)\right] = 0 \\ \Delta Q_i &= Q_i + B_{ii}U_i^2 - \sum_{k=1,k\neq i}^{N} U_i U_k\left[G_{ik}\sin\left(\theta_i - \theta_k\right) - B_{ik}\cos\left(\theta_i - \theta_k\right)\right] = 0 \end{aligned} \quad , \; i = 1,2,\ldots,N\,. \qquad (*)$$

Veličine ΔP_i i ΔQ_i u jednačinama (*) mogu se tumačiti kao odstupanje ("mismatch") poznate od izračunate vrednosti snage injektiranja. Pri proračunu je potrebno ove veličine dovesti do vrednosti koje su bliske 0. Time se postiže bilans snaga po čvorovima.

Cilj proračuna tokova snaga i naponskih prilika je rešavanje jednačina (*). Proračun tokova snaga je tako koncipiran da je cilj određivanje nepoznatih promenljivih stanja, a to su moduli i uglovi napona. Mreža od N čvorova ima ukupno $2N$ promenljivih stanja (N modula i N uglova). Takođe imamo $2N$ jednačina i to N jednačina po aktivnoj snazi i isto toliko po reaktivnoj snazi. To su jednačine (*). Za rešavanje nepoznatih promenljivih stanja nije nam potrebno svih $2N$ jednačina iz prostog razloga što neke od promenljivih stanja već znamo. One su ili zadate ili kontrolisane u mreži. U svakom slučaju su poznate. U tabeli je dat pregled veličina po pojednim tipovima čvorova:

	Gener. čvor PU	Potr. čvor PQ	Bal. ref. čvor SL
Poznato	P_i, U_i	P_i, Q_i	U_i, θ_i
Nepoznato	Q_i, θ_i	U_i, θ_i	P_i, Q_i
Broj čvorova	N_{PU}	N_{PQ}	1

Generatorski, odnosno PU čvorovi su oni čvorovi u kojima se aktivna snaga injektiranja održava na zadatoj vrednosti. Pored toga i moduli napona se održavaju takođe na zadatoj vrednosti i to po pravilu pomoću automatske regulacije napona (pobude). Potrošački, odnosno PQ čvorovi su oni čvorovi u kojima su i aktivno i reaktivno injektiranje zadate veličine. Razlog za uvođenje balansnog cvora nalazi se u činjenici da se ne mogu specificirati aktivna injektiranja svih čvorova (jer bi se na taj način predodredili gubici aktivne snage u mreži, a gubici se bez poznavanja modula napona i tokova snaga po granama ne mogu unapred odrediti), tako da se mora ostaviti bar u jednom čvoru aktivno injektiranje kao nepoznato. Slično važi i za reaktivna injektiranja, ali je tu problem blaži jer su reaktivna injektiranja po generatorskim čvorovima ostavljena kao nepoznate veličine.

Na osnovu tabele vidi se da je broj nepoznatih modula napona N_{PQ}, a broj nepoznatih uglova napona $N_{PQ}+N_{PU}$. Prema tome ukupan broj nepoznatih promenljivih stanja jednak je $2N_{PQ}+N_{PU}$. Da bi se odredile ove promenljive stanja potrebno je isto toliko jednačina, odnosno potrebno je $2N_{PQ}+N_{PU}$ jednačina. Postavlja se pitanje kako izabrati $2N_{PQ}+N_{PU}$ jednačina od ukupno $2N$ jednačina koje je potrebno rešavati. Odgovor je jednostavan. Rešavaju se one jednačine koje odgovaraju čvorovima kod kojih se poznaju aktivne i reaktivne snage injektiranja. To je i logično ako se pogledaju jednačine (*). U njima sa desne strane figurišu snage injektiranja tako da ima smisla rešavati one jednačine kod kojih su ove veličine poznate. Na osnovu date tabele može se dati i pregled jednačina koje se rešavaju. Rešava se $N_{PQ}+N_{PU}$ jednačina po aktivnoj snazi (poznaju se aktivne snage injektiranja u PQ i PU čvorovima) i N_{PQ} jednačina po reaktivnoj snazi (poznaju se reaktivne snage injektiranja u PQ čvorovima).
Za rešavanje jednačina (*) postoji više metoda. Najpoznatije su:

- Gauss–Seidel–ov metod
- Newton–Rapson–ov metod
- Stott–ov raspregnuti metod.

Njutn-Rafsonov metod je stadardan metod i o njemu će biti malo više reči. Ovaj metod rešava sistem od N nelinearnih jednačina sa N nepoznatih iterativnim putem. Ako se jednačine koje se rešavaju i nepoznate promenljive predstave u obliku vektora:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} F_1 & F_2 & \dots & F_{N-1} & F_N \end{bmatrix}^T = \mathbf{0} \quad , \qquad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_{N-1} & x_N \end{bmatrix}^T ,$$

onda je iterativna šema Njutn-Rapsonovog postupka data sledećom jednačinom:

$$\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{x}^{(k)} - \mathbf{J}_k^{-1}\mathbf{F}^{(k)} ,$$

gde je k indeks iteracije, a $\mathbf{J}$ je Jakobijeva matrica (Jakobijan) koja predstavlja matricu parcijalnih izvoda vektorske funkcije po vektorskoj promenljivoj.

Kod primene Njutn-Rafsonove metode za rešavanje problema tokova snaga vektori jednačina i nepoznatih promenljivih (nepoznatih promenljivih stanja) imaju sledeće forme:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{P} \\ \Delta\mathbf{Q} \end{bmatrix} \begin{matrix} \}\, N_{PQ} + N_{PU} \\ \}\, N_{PQ} \end{matrix} , \qquad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta} \\ \mathbf{U} \end{bmatrix} \begin{matrix} \}\, N_{PQ} + N_{PU} \\ \}\, N_{PQ} \end{matrix} .$$

Kod iterativnog proračuna, za početnu vrednost za nepoznate promenljive stanja uzima se tzv. "flat start", odnosno za sve nepoznate uglove napona uzimamo vrednost 0, a za nepoznate module napona vrednost 1 r.j.

Jakobijan ima sledeću formu:

$$\mathbf{J}=\begin{bmatrix} \dfrac{\partial \boldsymbol{\Delta} \mathbf{P}}{\partial \boldsymbol{\theta}} & \dfrac{\partial \boldsymbol{\Delta} \mathbf{P}}{\partial \mathbf{U}} \\ \dfrac{\partial \boldsymbol{\Delta} \mathbf{Q}}{\partial \boldsymbol{\theta}} & \dfrac{\partial \boldsymbol{\Delta} \mathbf{Q}}{\partial \mathbf{U}} \end{bmatrix}.$$

Kao što se vidi mogu se uočiti 4 submatrice. Svaka od njih predstavlja uticaj jedne veličine na drugu. Potrebno je naglasiti da su neke submatrice uticajnije od drugih.

Ako se za neku mrežu izvrši klasifikacija čvorova prema tipovima onda se može odrediti koje su nepoznate promenljive stanja, koje se jednačine rešavaju i kakva je forma Jakobijeve matrice. Drugim rečima može se postaviti sistem jednačina koje treba rešiti. To će biti ilustrovano u sledećem primeru.

Primer: Ako je u nekoj mreži čvor 1 SL čvor, čvor 2 PU čvor i čvor 3 PQ čvor dati pregled nepoznatih promenljivih stanja, jednačina koje se rešavaju. Dati strukturu Jakobijeve matrice.

Nepoznate promenljive stanja su: $\mathbf{x}=[\theta_2 \quad \theta_3 \quad U_3]^T$.

Rešavaju se jednačine: $\mathbf{F}=[\Delta P_2 \quad \Delta P_3 \quad \Delta Q_3]^T=\mathbf{0}$.

Jakobijan ima sledeću strukturu:
$$\mathbf{J}=\begin{bmatrix} \dfrac{\partial \Delta P_2}{\partial \theta_2} & \dfrac{\partial \Delta P_2}{\partial \theta_2} & \dfrac{\partial \Delta P_2}{\partial \theta_2} \\ \dfrac{\partial \Delta P_3}{\partial \theta_3} & \dfrac{\partial \Delta P_3}{\partial \theta_3} & \dfrac{\partial \Delta P_3}{\partial \theta_3} \\ \dfrac{\partial \Delta Q_3}{\partial U_3} & \dfrac{\partial \Delta Q_3}{\partial U_3} & \dfrac{\partial \Delta Q_3}{\partial U_3} \end{bmatrix}$$

Kao i kod svakog iterativnog postupka jednačine se rešavaju dok se ne dostigne zadata tačnost. Kod Njutn-Rafsonove metode postupak se zaustavlja kada je maksimalna vrednost svih rešavanih jednačina ($\Delta\mathbf{P}$ i $\Delta\mathbf{Q}$**)** u tekućoj iteraciji manja od zadate tačnosti. U tom slučaju iterativni postupak konvergira. U protivnom ako se zadata tačnost ne dostigne za zadati maksimalni broj iteracija postupak divergira.

Određivanje nepoznatih promenljivih stanja omogućava na jednostavan način određivanje svih nepoznatih veličina, kao što su aktivne i reaktivne snage injektiranja u SL čvoru i reaktivne snage injektiranja u PU čvorovima. Pored toga mogu se lako odrediti tokovi snaga po granama i gubici aktivne i reaktivne snage. Time se dobijaju sve relevantne veličine koje karakterišu jedno radno stanje u mreži.

Potrebno je reći da Njutn-Rafsonov metod ne koristi nikakva zanemarenja, uprošćavanja i sl. To je robustan metod koji brzo konvergira ali je računarski zahtevan. U svakoj iteraciji računa se Jakobijan i za njegovo invertovanje troši se dosta procesorskog vremena. U cilju ubrzavanja postupka razvijene su druge metode koje su uvele neka uprošćavanja i zanemarenja. Jedna od njih je Stotov raspregnuti postupak. Kod ovog metoda jednačine su "rapregnute" odnosno posebno se rešavaju jednačine koje odgovaraju P-θ konturi, a posebno one koje odgovaraju Q-U konturi. Kod ovog metoda Jakobijeva matrica se računa samo u prvoj iteraciji i kao takva koristi se u svim ostalim iteracijama. Međutim, u slučaju da proračun konvergira dobijaju se isti rezultati kao i kod Njutn-Rafsonove metode jer se rešava isti sistem jednačina. Za razliku od ove dve metode Gauss–Seidel–ov metod koristi drugačiji koncept za rešavanje tokova snaga. Ovaj metod sporo konvergira ali zato koristi samo osnovne računske operacije.